

# گراف

سه شنبه ۶ شهریور ۱۳۸۶

وقت: ۳ ساعت

زادی مقدم، نوروزی

(۱) تمام گرافهای ساده  $3$ -بحرانی  $n$  رأسی را پیدا کنید.<sup>۲</sup>

(۲) رنگ آمیزی نو با  $k$  رنگ، رنگ آمیزی است که هر یال را به یکی از اعداد  $1$  تا  $k$  نسبت می دهد. در یک رنگ آمیزی نو، حذف تمامی یالهای هر رنگ  $i$ ، گراف باقیمانده را همبند نگه می دارد. توجه کنید که این رنگ آمیزی تنها برای گرافهایی قابل انجام است که همبند اند و یال برشی ندارند. کمترین تعداد رنگ لازم برای رنگ آمیزی نو هر گراف  $n$  رأسی بدون یال برشی چقدر است؟ و برای گفته خود دلیل بیاورید.

(۳) گراف ساده و همبند  $G$  داده شده است. می دانیم هر سه رأس گراف را که در نظر بگیریم، لااقل دو تا از این ۳ رأس به هم متصل اند. ثابت کنید  $G$  مسیر همبلتونی دارد.

(۴)  $G$  یک گراف ساده مسطح است. ثابت کنید می توان یالهای  $G$  را طوری جهت دهی کرد که درجه خروجی هر رأس کمتر از ۴ باشد.

<sup>۱</sup> چه زود گذشت

<sup>۲</sup> 3-critical

<sup>۳</sup>  $i \in \{1, 2, \dots, k\}$