

دوره‌ی تابستانی المپیاد کامپیوتر

آزمون نهمایی نظری سوم

شنبه ۱۶ شهریور ۱۳۹۲

وقت: ۵ ساعت

جبل عاملی، حدادی

مسئله اول. در گربه بازه حیای سرور کجا رفته ۲۵ امتیاز

در حالیکه هنوز پس از گذشت بیش از نیم قرن از کنار گذاشته شدن آب بازی می گذرد هنوز عده‌ای در مکان‌های دور دست باشگاه این کار ناپسندیده را ترک نمی کنند. حال افروز و علیرضا که بسیار عاقلند این بازی را انجام می دهند: در یک جدول $2 \times n$ (۲ سطر و n ستون) افروز سربازی در خانه‌ی $(1, 1)$ و علیرضا سربازی در خانه‌ی $(2, n)$ دارد. با شروع از افروز به نوبت هر کس یک حرکت می کند. اگر مهره‌ی افروز در خانه‌ی $(1, a)$ و مهره‌ی علیرضا در خانه‌ی $(2, b)$ باشد، افروز در نوبت خود می‌تواند این کارها را بکند:

(۱) اگر $b - a > 1$ مهره اش را یا یک یا دو واحد به راست ببرد.

(۲) اگر $b - a = 1$ مهره‌ی علیرضا را بزند و برنده شود.

(۳) اگر $b \leq a$ مهره‌ی خود را دقیقاً یک واحد به راست ببرد.

علیرضا نیز در نوبت خود می‌تواند این کارها را بکند:

(۱) اگر $b - a > 1$ مهره اش را یا یک یا دو واحد به چپ ببرد

(۲) اگر $b - a = 1$ مهره‌ی افروز را بزند و برنده شود.

(۳) اگر $b \leq a$ مهره‌ی خود را دقیقاً یک واحد به چپ ببرد.

اگر هم مهره‌ای زده نشد هرکس زودتر به ستون آخر برسد برنده است (ستون آخر برای افروز ستون n ام و برای علیرضا ستون ۱ است). چه کسی می‌تواند برنده‌ی بازی و رئیس انجمن گراف شود؟

مسئله دوم. چه کسی فرنام را یافت؟ ۳۵ امتیاز

الف) الگوریتمی از $O(ne\Delta)$ ارائه دهید که یال‌های یک گراف ساده با n راس و e یال را با Δ رنگ آمیزی یالی سره کند (در صورتی که الگوریتم شما از $O(n^2\Delta^2)$ باشد ۱۰ نمره را می‌گیرید) (۲۰ نمره).

ب) گراف G با e یال که دور زوج ندارد را در نظر بگیرید. الگوریتمی از $O(e)$ ارائه دهید که این گراف را با ۳ رنگ رنگ آمیزی معتبر راسی کند.

مسئله سوم. کی بالا سر بچه‌هاست سر آزمون؟ ۴۵ امتیاز

ثابت کنید بیشینه مقدار k که به ازای آن گراف ساده غیر کامل و $2n$ راسی و k منتظم G با $\chi(G) = k$ وجود داشته باشد

برابر n است.