

دوره‌ی تابستانی المپیاد کامپیوتر

آزمون نظری دوم

پنج شنبه ۲۲ تیر ۱۳۹۱

وقت: ۵ ساعت

مسئله سوم. خروج از جدول ۲۵ امتیاز

یک جدول $m \times n$ داریم که در هر کدام از خانه‌های آن علامت چپ، راست و یا پایین قرار دارد. علاوه بر این یک مهره در یک خانه از این جدول قرار دارد و این مهره در هر خانه از جدول که قرار بگیرد، طبق جهت آن خانه از جدول حرکت می‌کند. علاوه بر این اگر علامت این خانه چپ یا راست باشد، پس از حرکت وارونه می‌شود، یعنی چپ به راست تبدیل می‌شود و بالعکس. الگوریتمی از $O(nm)$ ارائه دهید تا با گرفتن جدول و موقعیت اولیه مهره امکان خروج مهره از جدول را تشخیص دهد و در صورت خروج مهره از جدول، ضلعی از جدول که مهره از آن خارج می‌شود را نیز بدست آورد.

مسئله اول. مثلث‌بندی ۳۵ امتیاز

ثابت کنید اگر یال‌های گراف K_n را بتوان به تعدادی مثلث افراز کرد، یال‌های گراف K_{2n+1} را نیز می‌توانیم به مثلث‌ها افراز کنیم.

مسئله دوم. تعداد L - پروانه‌ها ۴۰ امتیاز

در درخت n راسی T می‌خواهیم تعداد L - پروانه‌ها را بیابیم.
مقصود از L - پروانه سه مسیر به طول L است که هر دو تا از آن‌ها فقط در راسی مانند v اشتراک دارند و v راس ابتدایی هر سه مسیر است. (v هر راس دلخواهی می‌تواند باشد).
الگوریتمی از $O(nL)$ ارائه دهید که این تعداد را بدست آورد.