

باسمه تعالی  
دوره‌ی آموزشی المپیاد کامپیوتر  
امتحان عملی آزمایشی اول  
یک‌شنبه ۱۴ مردادماه ۱۳۸۶

نصیری شرق، نیک‌زاد  
وقت: چهار ساعت

## توضیحات

- در خط اول هر یک از برنامه‌های تان نام خود را با فرمت روبه‌رو قرار دهید: `//name: YourNameHere`  
مثال: `//name: Raymond Carver`  
دقت کنید که اولین فاصله‌ی خالی این سطر، بعد از : می‌باشد.
- توصیه می‌شود قبل از ترک جلسه‌ی امتحان حتماً یک‌بار (دیگر) تست‌های برگه<sup>۱</sup> را به برنامه‌های تان بدهید.
- وقت امتحان چهار ساعت است و پس از اتمام وقت، برق سالن قطع خواهد شد. حداقل زمان حضور در جلسه نیز یک ساعت می‌باشد.
- در ده دقیقه‌ی ابتدایی به هیچ سوالی پاسخ داده نمی‌شود. در این زمان همه‌ی سؤالات را بخوانید. سؤالات شما (صرفاً جهت رفع ابهام) در یک ساعت اول جواب داده خواهند شد. پس از این مدت ممکن است به هیچ سوالی پاسخ داده نشود.
- تنها برنامه‌هایی که به سیستم دآوری برخط<sup>۲</sup> ارسال شوند، نمره شما را به ارمغان می‌آورند و هیچ نمره‌ای برای برنامه‌های ارسال نشده شما در نظر گرفته نخواهد شد.
- محدودیت زمانی برنامه‌های شما یک ثانیه در نظر گرفته شده است. بدیهی است پس از این مدت برنامه‌ی شما کلاً پا خواهد شد. هیچ‌گونه محدودیت حافظه برای برنامه‌های شما اعمال نخواهد شد؛ با این حال توجه داشته باشید که استفاده از حافظه‌ی زیاد باعث کند شدن برنامه می‌شود. مجدداً یادآوری می‌شود که اشتباه در نام‌گذاری برنامه یا فایل ورودی و خروجی، اشتباه در ذخیره‌سازی برنامه‌ها و قرار ندادن نام برنامه‌نویس در بالای برنامه‌ها، نمره‌ی صفر را در پی خواهند داشت. بعداً هیچ‌گونه اعتراضی در این زمینه پذیرفته نخواهد شد.

---

<sup>۱</sup> Sample input  
<sup>۲</sup> online

## ۱ اعداد متنفر! ..... ۱۰۰ نمره

به دو عدد  $a$  و  $b$  «از هم متنفر» گویند اگر عدد صحیح و مثبت  $k$  وجود داشته باشد به طوری که  $a \times 2^k = b$ . شما باید برنامه‌ای بنویسید که از بین  $n$  عدد صحیح و مثبت داده شده، تعدادی از آنها را انتخاب کند به طوری که

- اولاً هیچ دو عدد انتخاب شده‌ای، از هم متنفر نباشند؛
- ثانیاً، حاصل جمع اعداد انتخاب شده، بیشینه باشد.

### ورودی

ورودی را از ورودی استاندارد<sup>۳</sup> بخوانید. در سطر اول ورودی، عدد  $n$  نوشته شده است. در  $n$  سطر بعدی، در هر سطر یک عدد صحیح مثبت نوشته شده است. شما باید از بین این  $n$  عدد، تعدادی را انتخاب کنید به طوری که شرایط گفته شده برقرار شوند.

### خروجی

خروجی را در خروجی استاندارد<sup>۴</sup> بنویسید. در سطر اول خروجی تعداد اعداد انتخاب شده (مثلاً  $x$ ) را بنویسید. در  $x$  سطر بعد، اعداد انتخاب شده را به ترتیب صعودی چاپ کنید به طوری که در هر سطر دقیقاً یکی از اعداد انتخاب شده نوشته شده باشد.

### محدودیت‌ها

- $1 \leq n \leq 5000$
- تمامی اعداد ورودی، صحیح و مثبت بوده و در تایپ `int` جا می‌شوند.

### مثال

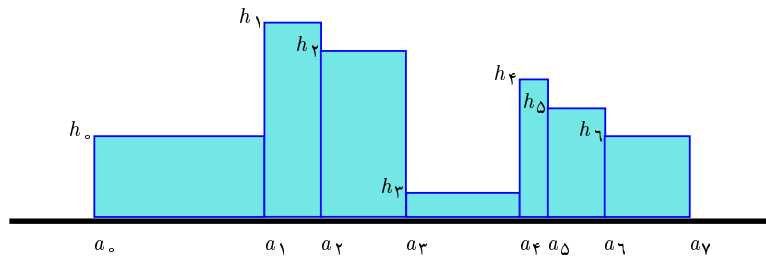
Sample Input	Sample Output
4	2
1	3
2	4
3	
4	

---

<sup>۳</sup> Standrad Input (`cin >>`)  
<sup>۴</sup> Standrad Output (`cout <<`)

## ۲ شیروانی‌های آسمان خراش ..... ۱۰۰ نمره

در یک شهر دوبعدی،  $n$  آپارتمان به شکل مستطیل قرار دارند. ضلع پایین تمام آپارتمان‌ها روی زمین است و هر آپارتمان به دو آپارتمان کناری‌اش (به جز سمت چپ‌ترین و سمت راست‌ترین) چسبیده است. یک نمونه از چنین شهری در شکل زیر مشاهده می‌شود:



به عبارت دقیق‌تر، اگر دیوارهای ابتدایی، مابین و انتهایی ساختمان‌ها در نقاط صحیح  $0 = a_0 < a_1 < \dots < a_n$  و ارتفاع ساختمان‌ها اعداد صحیح  $h_0$  تا  $h_{n-1}$  باشند، ساختمان  $i$ ام ( $0 \leq i \leq n-1$ )، مستطیلی به طول  $a_{i+1} - a_i$  و ارتفاع  $h_i$  است که گوشه‌ی پایین چپ آن  $(a_i, 0)$  است.

یک روز شهردار این شهر که از دور به شهر نگاه می‌کند (و نمایی مشابه شکل بالا را می‌بیند) به این نتیجه می‌رسد که ساختمان‌ها از دور چندان زیبا نیستند! از این رو، به منظور زیباسازی شهر، شهردار تصمیم می‌گیرد که یک عدد صحیح  $r$  در نظر بگیرد که  $a_n = k \times r$  و تمام این  $n$  ساختمان مستطیلی شکل را تخریب کند و به جای آن‌ها  $k$  ساختمان به شکل دوزنقه قائم‌الزاویه<sup>۶</sup> بسازد که  $5$  شرط زیر را داشته باشند:

(۱) عرض هر ساختمان (فاصله‌ی بین ۲ دیوارش) دقیقاً  $r$  باشد.

(۲) تمامی دیوارهای ساختمان‌ها عمود بر سطح زمین بوده و ضلع پایین آن‌ها نیز، تماماً روی زمین باشد.

(۳) شیروانی (سقف) هر ساختمان دقیقاً یک خط صاف (اریب یا موازی با زمین) باشد و نقطه ابتدایی شیروانی ساختمان  $i$ ام (که طول دیوار سمت چپ آن نیز هست و ما آن را  $y_i$  می‌نامیم)، دقیقاً همان نقطه انتهایی شیروانی ساختمان  $i-1$  (دیوار سمت راست ساختمان چپی، در صورت وجود) باشد. نقطه ابتدایی شیروانی ساختمان صفرم می‌تواند هر نقطه دلخواهی (روی سطح زمین و یا بالای آن) باشد. به عبارت دقیق‌تر، شیروانی ساختمان  $i$ ام ( $0 \leq i \leq n-1$ )، یک خط مستقیم از نقطه  $(ir, y_i)$  تا نقطه  $((i+1)r, y_{i+1})$  است.

(۴)  $y_i$  ها (نقاط برخورد شیروانی‌های مذکور) می‌توانند اعدادی باشند منتها باید تمام  $y_i$  ها ( $0 \leq i \leq n$ ) نامنفی باشند و حداقل یکی از  $y_i$  ها صفر باشد.<sup>۷</sup> واضح است که شکل ساختمانی که  $y_i$  ابتدایی (یا انتهایی) آن صفر باشد، مثلث قائم‌الزاویه می‌شود که ما آن را نیز استثنائاً دوزنقه حساب می‌کنیم!<sup>۸</sup>

(۵) نهایتاً حجم مصالحی که برای ساختمان  $i$  (که در بازه  $[ir, (i+1)r]$  روی زمین ساخته می‌شود برابر حجم مصالح همین بازه در حالت اولیه (ساختمان‌های مستطیلی) باشد. واضح است که این حجم مصالح ممکن است از تمام یا بخشی از یک یا چند ساختمان اولیه به دست بیاید.

<sup>۵</sup> دوزنقه، یک چهارضلعی است که حداقل دو ضلع آن موازی باشند.

<sup>۶</sup> دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه دوزنقه‌ای است که حداقل یکی از زوایای آن قائمه باشد

<sup>۷</sup> تا باران روی سقف آن خانه و خانه مجاورش (در صورت وجود) و احتمالاً تعداد دیگری از خانه‌ها روی زمین بریزد!

<sup>۸</sup> درواقع دیوار با ارتفاع صفر را می‌توان دیواری به اندازه epsilon دانست!

با داشتن موقعیت و اندازه اولیه ساختمان‌ها، شهردار را در زیباسازی شهر یاری کنید!

## ورودی

ورودی را از ورودی استاندارد<sup>۹</sup> بخوانید.  
در سطر اول ورودی، دو عدد  $n$  و سپس  $r$  نوشته شده است.  
در سطر بعدی  $n$  عدد آمده است که عدد اول (از چپ)،  $a_1$ ، عدد دوم  $a_2$  و عدد  $i$  ام  $a_i$  است.<sup>۱۰</sup>  
در سطر سوم نیز  $n$  عدد آمده است که عدد اول  $h_0$ ، عدد دوم  $h_1$  و عدد  $i$  ام، همان  $h_{i-1}$  است.

## خروجی

خروجی را در خروجی استاندارد<sup>۱۱</sup> بنویسید.  
در سطر اول خروجی تعداد ساختمان‌های جدید ( $k$ ) را بنویسید.  
در سطر بعدی،  $1 + k$  عدد بنویسید که عدد  $i$  ام،  $y_{i-1}$  باشد.  
در صورتی که مسئله چندین جواب دارد، شما باید جوابی که در آن مقدار  $y_0$  کمترین است را چاپ کنید.  
در صورتی که مسئله جواب ندارد، تنها در یک سطر خروجی عبارت No Solution را چاپ کنید.<sup>۱۲</sup>

## محدودیت‌ها

- $1 \leq r, n \leq 50,000$
- $\frac{a_n}{r}$  یک عدد صحیح کوچک‌تر یا مساوی  $50,000$  است.
- تمامی اعداد ورودی، صحیح و نامنفی بوده و کوچک‌تر یا مساوی  $50,000$  هستند.
- اعداد خروجی می‌بایست تا ۲ رقم اعشار (گرد شده) چاپ شوند. برای این منظور می‌توانید سرفایل `<iomanip>` را ضمیمه<sup>۱۳</sup> کرده و عدد  $x$  را این‌گونه چاپ کنید: `cout << setprecision(3) << x;`

## مثال

Sample Input	Sample Output
7 3 6 8 11 15 16 18 21 3 7 6 1 5 4 3	7 4.667 10.667 4.667 18 0 11.333 6.667 8.667 4

<sup>۹</sup> `>> cin` Standrad Input  
<sup>۱۰</sup> بالطبع،  $a_0$  چون صفر است در ورودی داده نمی‌شود.  
<sup>۱۱</sup> `<< cout` Standrad Output  
<sup>۱۲</sup> به بزرگی و کوچکی حروف توجه کنید!  
<sup>۱۳</sup> `include`