

باسمه تعالی

دوره‌ی تابستانی المپیاد کامپیوتر

آزمون نهایی نظری دوم

وقت: ۵ ساعت

پنج شنبه ۲۳ شهریور ۱۳۹۱

مسئله اول. عدددهی کم هزینه ۳۲.۵ امتیاز

روی یال‌های گراف کامل n راسی (K_n) می‌خواهیم اعداد $1, -1$ را طوری قرار دهیم جمع اعداد $4 - 2n$ یال مجاور هر یال منفی نشود و مجموع اعداد روی یال‌ها نیز کمینه شود. این مقدار مجموع را پیدا کنید.

مسئله دوم. پاک کردن یک‌ها ۳۲.۵ امتیاز

دو مهره در مبدا مختصات قرار گرفته‌اند. در هر مرحله می‌توان یکی از دو حرکت زیر را انجام داد :

(۱) یکی از مهره‌ها را در نظر گرفت و آن را یک واحد در یکی از چهار جهت اصلی حرکت داد.

(۲) یکی از مهره‌ها را نسبت به مهره‌ی دیگر قرینه کرد.

اگر تعداد حرکات مینیمم برای رساندن یکی از مهره‌ها به خانه‌ی (x, y) ، $f(x, y)$ باشد، $\theta(f(x, y))$ را بیابید.

مسئله سوم. رئوس بحرانی ۳۵ امتیاز

گراف جهت‌دار G داده شده است. می‌خواهیم از راس s به راس t برویم:

الف) الگوریتمی از $O(e)$ ارائه دهید که به عنوان خروجی رئوسی را بدهد که اگر بخواهیم کوتاهترین مسیر بین s و t را طی کنیم، حتما باید از آن‌ها عبور کنیم. (امتیاز ۱۵)

ب) الگوریتمی از $O(e)$ ارائه دهید که به عنوان خروجی رئوسی را بدهد که اگر مجاز باشیم حداکثر یک یال بیش از مسیر کمینه استفاده کنیم، باز هم حتما باید از آن‌ها عبور کنیم. (امتیاز ۲۰)